ریاضی (حصہ - II)

مشقی سوالیہ پرچہ 5 کا مکمل حل

سوال 1. (A) (i) (C)
(ii) (D)
(iii) (C)
(iv) (D)

سوال 1. (A) طلبہ کی رہنمائی کے لیے اس سوال میں دیے گئے ہر کثیر متبادل جوابی سوال کے جواب کی ذیل میں وضاحت دی گئی ہے۔
البتہ امتحان میں طلبہ سے وضاحت کرنے کی توقع نہیں کی جاتی ہے۔

وضاحت :

(i) (C) [(مثلثیاتی متماثلہ مساوات) $1+\cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$]

(ii) (D) [قائم مدوّر مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ $= \pi rl$]

(iii) (C) [جب دو دائرے بیرونی طور پر مَس کرتے ہیں، تب ان پر تین مماس کھینچے جاسکتے ہیں]

(iv) (D) [متساوی الاضلاع مثلث کی اونچائی $= \dfrac{\sqrt{3}\times \text{ضلع}}{2}$]

سوال 1. (B) (i) **حل :** $\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ میں،

$$\frac{AB}{PQ}=\frac{6}{3}=2;\quad \frac{BC}{QR}=\frac{8}{4}=2;\quad \frac{AC}{PR}=\frac{7}{3.5}=2$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{AC}{PR}$$

جواب : تشابہت کی ضلع ضلع ضلع آزمائش کی بنا پر $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

(ii) **حل :**

$4^2+5^2=16+25=41$

$8^2=64$

یہاں, $4^2+5^2 \neq 8^2$

جواب : اس لیے اعداد (4, 5, 8) فیثا غورث کے اعدادِ ثلاثہ نہیں ہیں۔

(iii) **جواب :** مماسی قطعات متماثل ہوتے ہیں۔اس لیے $PR = PQ$

$\therefore PR = 5$ سم

(iv) **حل :**

$\cos(45^\circ + x) = \sin 30^\circ$

$\therefore \cos(45^\circ + x) = \dfrac{1}{2}$ $\quad ...\left(\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}\right)$

لیکن $\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \cos(45^\circ + x) = \cos 60^\circ$

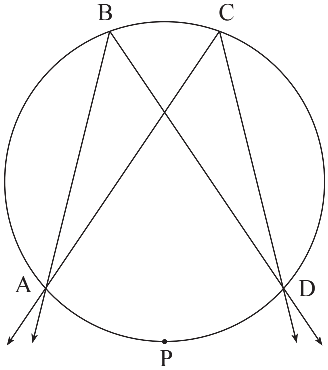
$\therefore\ 45 + x = 60$

$\therefore\ x = 60 - 45$

$\therefore\ x = 15°$

جواب : x کی قیمت **$15°$** ہے۔

سوال 2. (A) (i)



سرگرمی :

$$\angle ABD = \frac{1}{2}\, m(\text{قوس } \boxed{\mathbf{APD}}) \quad \dots (1)$$

$$\angle ACD = \frac{1}{2}\, m(\text{قوس } \boxed{\mathbf{APD}}) \quad \dots (2)$$

(قوسی زاویہ کا مسئلہ)

(1) اور (2) کی بنا پر،

$$\angle ABD = \boxed{\angle \mathbf{ACD}}$$

$\therefore$ ایک ہی قوس کے قوسی زاویے $\boxed{\textbf{متماثل}}$ ہوتے ہیں۔

(ii) سرگرمی :

فرض کیا $P(x_1, y_1)$ اور $Q(x_2, y_2)$

یہاں، $x_1 = -6$, $y_1 = -3$, $x_2 = -1$ اور $y_2 = 9$

$$PQ = \sqrt{\boxed{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad \dots [\text{فاصلہ کا ضابطہ}]$$

$$\therefore\ PQ = \sqrt{\boxed{25} + 144}$$

$$\therefore\ PQ = \sqrt{\boxed{169}}$$

$$\therefore\ PQ = \boxed{13}$$

(iii) سرگرمی :

کرّہ کا نصف قطر $r = 18$ سم

استوانہ کے لیے، نصف قطر $R = 6$ سم، بلندی $H = 12$ سم

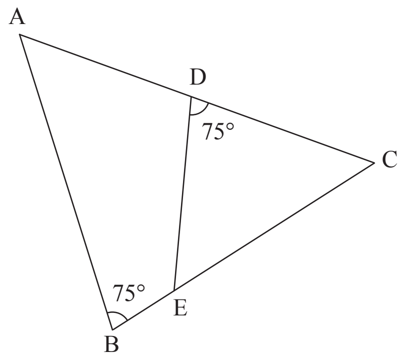
بنائے جانے والے استوانوں کی تعداد = $\dfrac{\text{کرّہ کا حجم}}{\boxed{\text{ہر استوانہ کا حجم}}}$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\boxed{\pi \mathbf{R^2 H}}}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \times 18 \times 18 \times 18}{\boxed{\mathbf{6 \times 6 \times 12}}}$$

$$= \boxed{\mathbf{18}}$$

سوال 2. (B) (i)



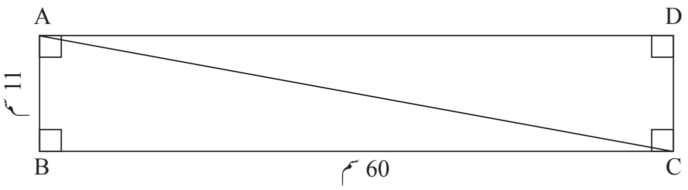
ثبوت : $\triangle BCA$ اور $\triangle DCE$ میں،

$\angle CDE \cong \angle CBA$ ... (ہرایک کی پیمائش 75°)

$\angle DCE \cong \angle BCA$ ... (مشترک زاویہ)

$\therefore \triangle \mathbf{DCE} \sim \triangle \mathbf{BCA}$ ... (متشابہت کی زازا آزمائش)

(ii) حل :



فرض کیا، ABCD □ دیا ہوا مستطیل ہے۔

AB = 11 سم، BC = 60 سم

$\triangle ABC$ میں، $\angle ABC = 90°$ ... (مستطیل کا زاویہ)

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے،

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore AC^2 = 11^2 + 60^2$ ... (دی ہوئی قیمتیں رکھنے پر)

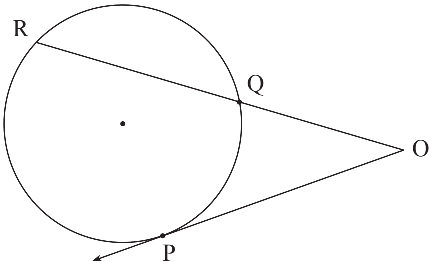
$\therefore AC^2 = 121 + 3600$

$\therefore AC^2 = 3721$

$\therefore AC = 61$ سم ... (طرفین کا جذر المربع کرنے پر)

جواب : دیے ہوئے مستطیل کے وتر کی لمبائی **61 سم** ہے۔

(iii)



حل : شعاع OP دائرے کا مماس ہے جو دائرے کو نقطہ P پر مس کرتا ہے اور خط OQR قاطع خط ہے جو دائرے کو نقاط Q اور R پر قطع کرتا ہے۔

$\therefore$ مماس قاطع خط کے مسئلہ کی بنا پر،

$$OP^2 = OQ \times OR$$
$$\therefore\ 7.2^2 = 3.2 \times OR$$
$$\therefore\ OR = \frac{7.2 \times 7.2}{3.2}$$
$$\therefore\ OR = 16.2$$
$$OR = OQ + QR$$
$$16.2 = 3.2 + QR$$
$$QR = 16.2 - 3.2 = 13$$

جواب : QR = **13**

(iv) **حل :** R (0, 3)، D (2, 1) اور S (3, − 1)

فاصلے کے ضابطے کی بنا پر،

$$d(R, D) = \sqrt{(2-0)^2 + (1-3)^2}$$
$$= \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$$
$$= \sqrt{4+4}$$
$$= \sqrt{8}$$
$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2}$$
$$= 2\sqrt{2} \qquad \ldots (1)$$

$$d(D, S) = \sqrt{(3-2)^2 + (-1-1)^2}$$
$$= \sqrt{1^2 + (-2)^2}$$
$$= \sqrt{1+4}$$
$$= \sqrt{5} \qquad \ldots (2)$$

$$d(R, S) = \sqrt{(3-0)^2 + (-1-3)^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + (-4)^2}$$
$$= \sqrt{9+16}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$= 5 \qquad \ldots (3)$$

(2) اور (3) کی جمع کرنے پر،

$\therefore\ d(\mathrm{D, S}) + d(\mathrm{R, S}) = \sqrt{5} + 5$ ... (4)

$\therefore\ d(\mathrm{D, S}) + d(\mathrm{R, S}) \neq d(\mathrm{R, D})$ ... [(1) اور (4) کی بناپر]

جواب : نقاط R (0, 3)، D (2, 1) اور S (3, − 1) **ہم خطی نقاط نہیں ہیں۔**

(v) حل :

$$\sin\theta = \frac{7}{25}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\therefore \left(\frac{7}{25}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$$\therefore\ \cos^2\theta = 1 - \frac{49}{625}$$

$$\therefore\ \cos^2\theta = \frac{625-49}{625}$$

$$\therefore\ \cos^2\theta = \frac{576}{625}$$

$$\therefore\ \cos\theta = \frac{24}{25}$$ ... (طرفین کا جذر المربع کرنے پر)

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\therefore\ \tan\theta = \frac{\left(\frac{7}{25}\right)}{\left(\frac{24}{25}\right)}$$ ... (قیمتیں رکھنے پر)

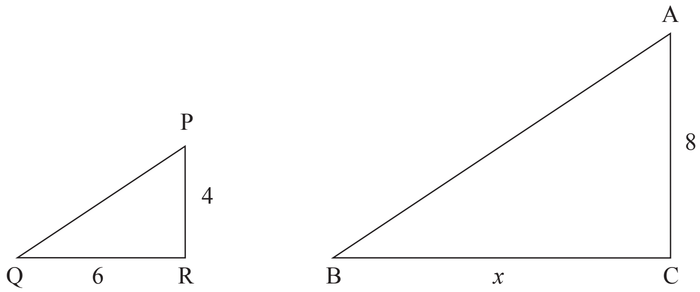
$$\therefore\ \tan\theta = \frac{7}{25} \div \frac{24}{25}$$

$$\therefore\ \tan\theta = \frac{7}{\cancel{25}} \times \frac{\cancel{25}}{24}$$

$$\therefore\ \tan\theta = \frac{7}{24}$$

جواب : $\cos\theta = \mathbf{\frac{24}{25}}$ اور $\tan\theta = \mathbf{\frac{7}{24}}$ ہے۔

سوال 3. (A) (i)



سرگرمی : فرض کیا $\mathrm{BC} = x$

دونوں ستونوں کے سائے ایک ہی وقت میں زمین پر پڑتے ہیں۔

$\triangle PQR \sim \triangle \boxed{ABC}$

$\therefore \dfrac{PR}{\boxed{AC}} = \dfrac{QR}{BC}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعے)

$\therefore \dfrac{4}{\boxed{8}} = \dfrac{6}{x}$

$\therefore 4 \times x = \boxed{8} \times 6$

$\therefore x = \dfrac{\boxed{8} \times 6}{4}$

$\therefore x = \boxed{12}$

جواب : بڑے ستون کا سایہ 12 میٹر لمبا ہوگا۔

(ii) **سرگرمی :**

P $(-2, 2)$, Q $(2, 2)$ اور R $(2, 7)$

فاصلے کا ضابطہ استعمال کرنے پر،

$PQ = \boxed{4}$ ... (1)

$QR = \boxed{5}$ ... (2)

$PR = \boxed{\sqrt{41}}$ ... (3)

$PQ^2 + QR^2 = \boxed{41}$ ... [(1) اور (2) میں حاصل قیمتوں کی بنا پر] ... (4)

$PR^2 = \boxed{41}$ ... [(3) میں حاصل قیمتوں کی بنا پر] ... (5)

$\therefore$ (4) اور (5) کی بنا پر،

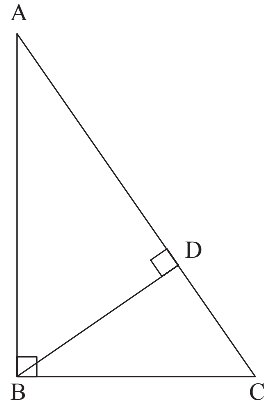
$PQ^2 + QR^2 = \boxed{PR^2}$

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کے عکس کی بنا پر،

$\triangle PQR$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

P $(-2, 2)$، Q $(2, 2)$، R $(2, 7)$ قائمۃ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔

سوال 3. (B) (i)



دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ میں، $\angle ABC = 90^\circ$

قطعہ $BD \perp$ وتر AC، جب کہ $A - D - C$

ثابت کرنا ہے : $BD^2 = AD \times DC$

ثبوت : $\triangle ABC$ میں،

$\angle ABC = 90^\circ$ ... (دیا ہوا ہے)

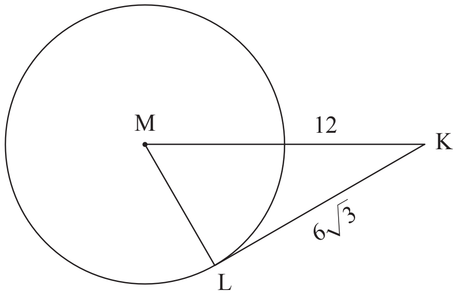
قطعہ $BD \perp$ وتر AC

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle BDC$ ... (قائمۃ الزاویہ مثلثوں کی متشابہت)

$\therefore \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{BD}{DC}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعے متناسب ہوتے ہیں)

$\therefore BD^2 = AD \times CD$

(ii)



حل : قائمۃ الزاویہ $\triangle MLK$ میں،

$\angle MLK = 90^\circ$ ... (مماس نصف قطر مسئلہ)

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے،

$MK^2 = ML^2 + LK^2$

$\therefore 12^2 = ML^2 + (6\sqrt{3})^2$

$\therefore 144 = ML^2 + 36 \times 3$

$\therefore 144 = ML^2 + 108$

$\therefore ML^2 = 144 - 108$

$\therefore ML^2 = 36$

$\therefore ML = 6$ ... (طرفین کا جذر المربع کرنے پر)

$\therefore$ دائرے کا نصف قطر $= ML = 6$

قائمۃ الزاویہ $\triangle MLK$ میں،

$ML = \dfrac{1}{2} MK$

$\therefore \angle K = 30^\circ$ ... ($30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ کے مثلث کے مسئلہ کا عکس)

$\triangle MLK$ میں،

$\angle M + \angle K + \angle L = 180^\circ$ ... (مثلث کے زاویوں کا مجموعہ)

$\therefore \angle M + 30^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

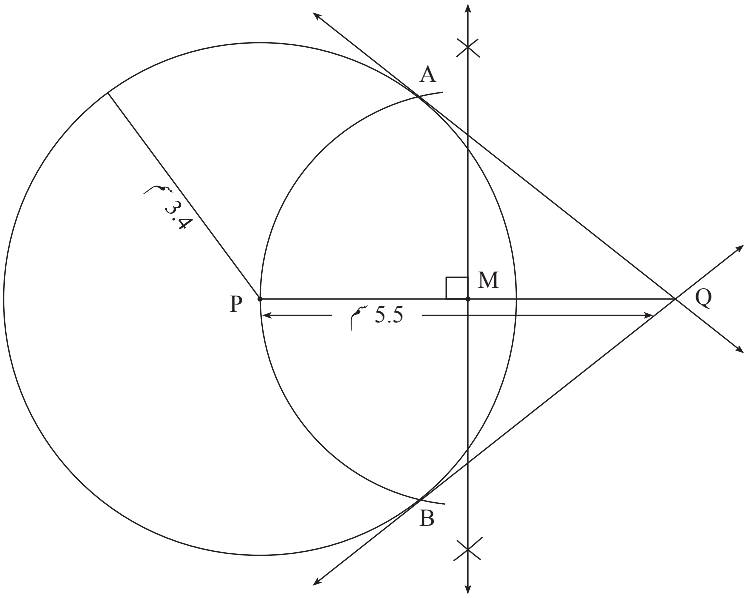
$\therefore \angle M + 120^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle M = 180° - 120°$

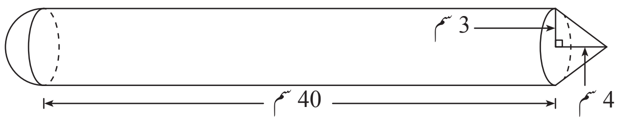
$\therefore \angle M = 60°$

جواب : (1) دائرہ کانصف قطر **6** ہے۔ (2) $\angle K = \mathbf{30°}$ اور $\angle M = \mathbf{60°}$

(iii)



(iv)



حل : کھلونا ایک نصف کرّہ، استوانہ اور ایک مخروط سے مل کر بنایا گیا ہے۔

ان تینوں کا قاعدہ مشترک ہے۔

فرض کیا ان کا نصف قطر r ہے۔ اس لیے $r = 3$ سم

فرض کیا مخروطی اور استوانی حصوں کی اونچائیاں بالترتیب h_1 اور h_2 ہیں۔

$h_1 = 4$ سم اور $h_2 = 40$ سم

فرض کیا مخروط کی مائل بلندی l ہے۔

$l^2 = r^2 + h_1^2$

$\therefore l^2 = 3^2 + 4^2$

$\therefore l^2 = 9 + 16$

$\therefore l^2 = 25$

$\therefore l = 5$ سم ... (طرفین کا جذالمربع لینے پر)

کھلونے کی کل سطح کا رقبہ = مخروط کی خمدار سطح کا رقبہ + استوانہ کی خمدار سطح کا رقبہ

+ نصف کرّے کی خمدار سطح کا رقبہ

$= \pi rl + 2\pi rh_2 + 2\pi r^2$

$= \pi r(l + 2h_2 + 2r)$

$= \pi \times 3\,(5 + 2 \times 40 + 2 \times 3)$

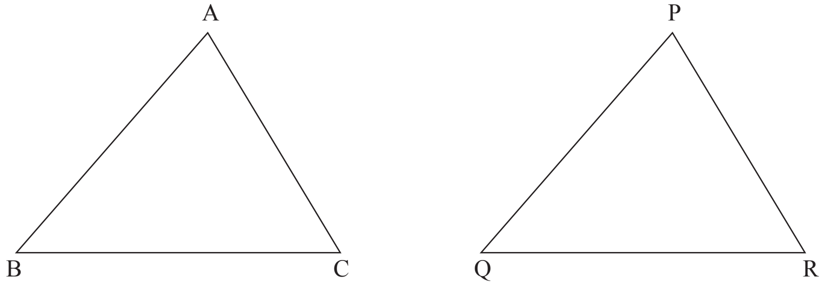
$= \pi \times 3\,(5 + 80 + 6)$

$= \pi \times 3\,(91)$

$= 273\pi$ مربع سم

جواب : کھلونے کی کل سطح کا رقبہ π **273** **مربع سم** ہے۔

سوال 4. **(i)**



دیا ہوا ہے : $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

$A(\triangle ABC) = A(\triangle PQR)$

ثابت کرنا ہے : $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

ثبوت : $A(\triangle ABC) = A(\triangle PQR)$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \dfrac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = 1$ ... (1)

$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore \dfrac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \dfrac{AB^2}{PQ^2} = \dfrac{BC^2}{QR^2} = \dfrac{AC^2}{PR^2}$ ... (متشابہ مثلثوں کے رقبوں کا مسئلہ)

$\therefore\ 1 = \dfrac{AB^2}{PQ^2} = \dfrac{BC^2}{QR^2} = \dfrac{AC^2}{PR^2}$ ... [(1) کی بنا پر]

$\therefore \dfrac{AB^2}{PQ^2} = 1$

$\therefore AB^2 = PQ^2$

$\therefore AB = PQ$ ... (2)

$\therefore \dfrac{BC^2}{QR^2} = 1$

$\therefore BC^2 = QR^2$

$\therefore BC = QR$ ... (3)

$\therefore \dfrac{AC^2}{PR^2} = 1$

$\therefore AC^2 = PR^2$

$\therefore AC = PR$ ... (4)

$\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ میں،

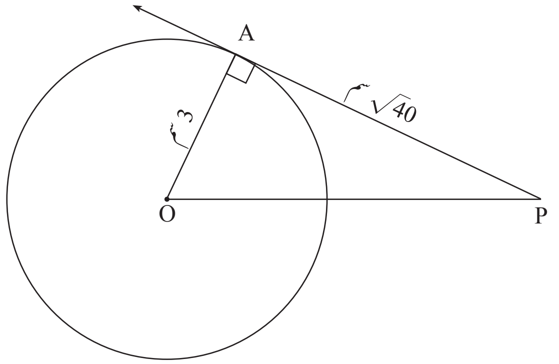
ضلع $AB =$ ضلع PQ ... [(2) کی بنا پر]

ضلع $BC =$ ضلع QR ... [(3) کی بنا پر]

ضلع $AC =$ ضلع PR ... [(4) کی بنا پر]

$\therefore\ \triangle ABC \cong \triangle PQR$ ... (متماثلت کی ضل ضل ضل آزمائش)

(ii) **تجزیہ :**



(تجزیاتی شکل)

$\angle OAP = 90°$ ... (مماس نصف قطر مسئلہ)

$\triangle OAP$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

لہٰذا فیثا غورث کے مسئلہ سے OP کی لمبائی کا تعین کیا جاسکتا ہے۔

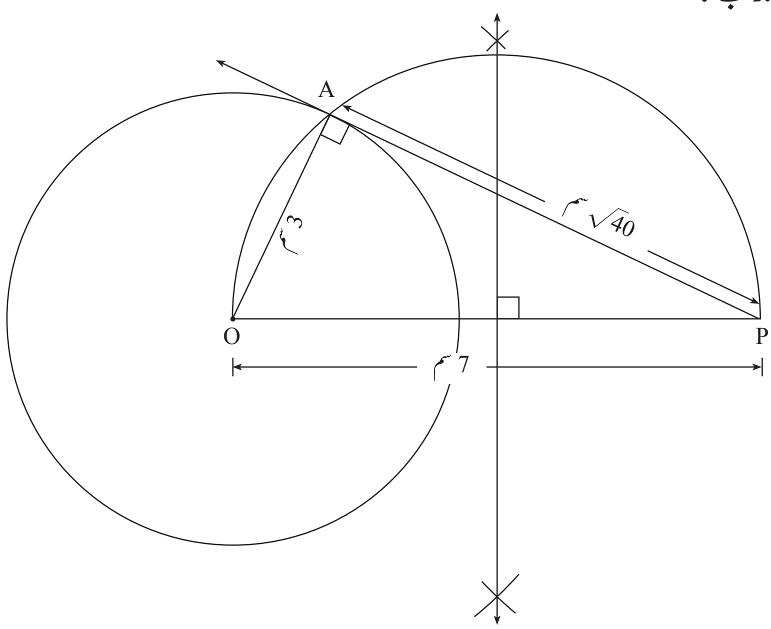
$\therefore OP = 7$ سم

پس نقطہ P کے مقام کا تعین کیا جاسکتا ہے۔

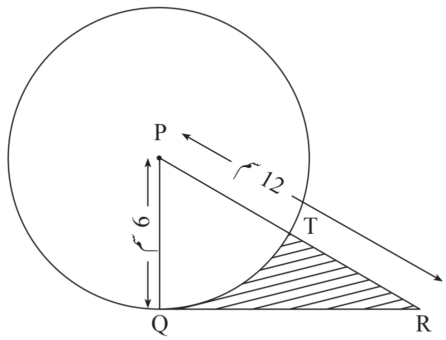
بیرونی نقطہ P، سے دائرے پر مماس کھینچا جاسکتا ہے۔

مماسی قطعہ AP کی لمبائی $\sqrt{40}$ سم ہوگی۔

جواب :



(iii)



حل :

(مماس-نصف قطر مسئلہ) ... $\angle PQR = 90°$

قائمۃ الزاویہ $\triangle PQR$ میں،

$$\cos P = \frac{PQ}{PR} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

لیکن، $\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\therefore \angle P = 60°$

$$\sin 60° = \frac{QR}{PR}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{QR}{12}$$

$$\therefore QR = \frac{12\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore QR = 6\sqrt{3}$$

$$A(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \times QR \times PQ$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times 6\sqrt{3} \times \cancel{6}^{3}$$

$$= 18\sqrt{3}$$

$$= 18 \times 1.73$$

$= 31.14$ مربع سم

تراشہ P-QT میں،

(θ) قوس QT کی پیمائش $= \angle P = 60°$

دائرے کا نصف قطر $= PQ = 6$ سم

A (تراشہ P–QT) $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$$= \frac{60}{360} \times 3.14 \times 6 \times 6$$

$$= 3.14 \times 6$$

$= 18.84$ مربع سم

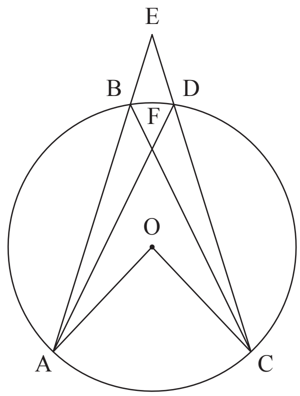
نشان زدہ حصے کا رقبہ $=$ A $(\triangle PQR)$ $-$ A (تراشہ P–QT)

$$= 31.14 - 18.84$$

$= 12.30$ مربع سم

جواب : نشان زدہ حصّے کا رقبہ **12.30 مربع سم** ہے۔

سوال 5. (i) جواب :



(a) $\angle AFC = \frac{1}{2}[m(\text{قوس } AC) + m(\text{قوس } BD)]$

(b) $\angle AEC = \frac{1}{2}[m(\text{قوس } AC) - m(\text{قوس } BD)]$

(c) **ثبوت :** $\angle AOC = m(\text{قوس } AC)$ ... (اصغر قوس کی پیائش کی تعریف کی بنا پر) ... (1)

$$\angle AFC + \angle AEC = \frac{1}{2}[m(\text{قوس } AC) + m(\text{قوس } BD)] + \frac{1}{2}[m(\text{قوس } AC) - m(\text{قوس } BD)]$$

$$= \frac{1}{2}[m(\text{قوس } AC) + \cancel{m(\text{قوس } BD)} + m(\text{قوس } AC) - \cancel{m(\text{قوس } BD)}]$$

$$= \frac{1}{2} \times [2m(\text{قوس } AC)]$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}\,[m(\text{قوس } AC)]$$

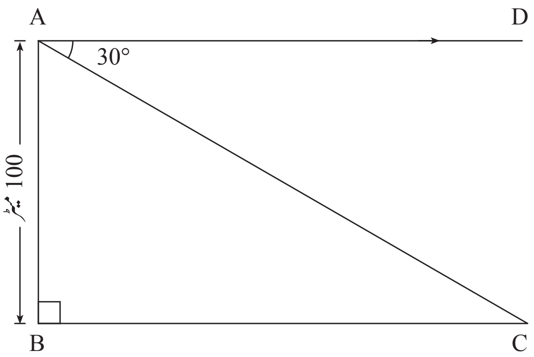
$$= m(\text{قوس } AC)$$

$= \angle AOC$ ... [(1) کی بنا پر]

$\therefore \angle AOC = \angle AFC + \angle AEC$

(ii) (a) $\angle ACB$ اور $\angle DAC$ کے متبادلہ زاویے ہیں،

$$\angle ACB = 30^\circ$$



(b) قائمۃالزاویہ $\triangle ACB$ میں،

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{100}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{BC} \quad \ldots \left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$$

$\therefore BC = 100\sqrt{3}$ میٹر

جواب : (a) $\angle ACB$ کی پیائش **30°** ہے۔ متبادلہ زاویہ کے مسئلے کی رو سے۔

(b) مینارۂ نور سے جہاز کا فاصلہ **$100\sqrt{3}$ میٹر** ہے۔