ریاضی (حصہ - II)

مشقی سوالیہ پرچہ 4 کا مکمل حل

سوال **.1** **(A)** (i) (B)

(ii) (B)

(iii) (D)

(iv) (A)

سوال **.1** **(A)** طلبہ کی رہنمائی کے لیے اس سوال میں دیے گئے ہر کثیر متبادل جوابی سوال کے جواب کی ذیل میں وضاحت دی گئی ہے۔

البتہ امتحان میں طلبہ سے وضاحت کرنے کی توقع نہیں کی جاتی ہے۔

وضاحت :

(i) (B) [مساوی ارتفاع کے مثلثوں کے رقبوں کی نسبت، ان کے نظیری قاعدوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے]

$$\therefore \frac{A(\triangle ABD)}{A(\triangle ADC)} = \frac{BD}{DC}$$

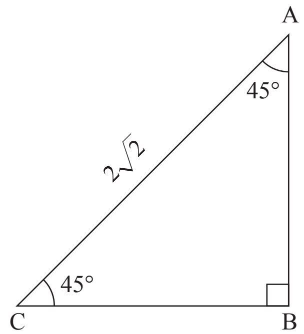
(ii) (B) [مستقیم الحیط $\square ABCD$ میں، $\angle A + \angle C = 180°$ ، $2\angle A = 3\angle C$

$\therefore 2\angle A - 3\angle C = 0$ دونوں مساوا تیں حل کیجیے]

(iii) (D) $\left[\text{خط کی ڈھلان} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right]$

(iv) (A) [مکعب کا حجم $= (\text{ضلع})^3$]

سوال **.1** **(B)** **(i)** حل :



$\triangle ABC$ $45° - 45° - 90°$ کا مثلث ہے۔

$\therefore$ $45° - 45° - 90°$ مثلث کے مسئلہ کے بنا پر،

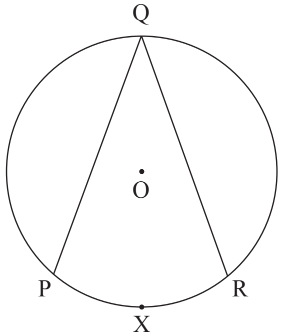
$$AB = \frac{1}{\sqrt{2}} AC \quad \text{... (45° کے مقابل کا ضلع)}$$

$$\therefore AB = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2}$$

$$\therefore AB = 2$$

جواب : $AB = \mathbf{2}$

(ii) حل :



$m($قوس PXR$) = 80°$

$\angle PQR = \frac{1}{2} \times m($قوس PXR$)$ ... (قوسی زاویہ کا مسئلہ)

$\therefore \angle PQR = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

جواب : $\angle PQR$ کی پیمائش **°40** ہے۔

(iii) **جواب :** دائرے کے سب سے بڑے وتر کی لمبائی 8 سم ہے۔

قطر، دائرے کا سب سے بڑا وتر ہوتا ہے۔

نصف قطر $= \frac{1}{2} \times$ قطر

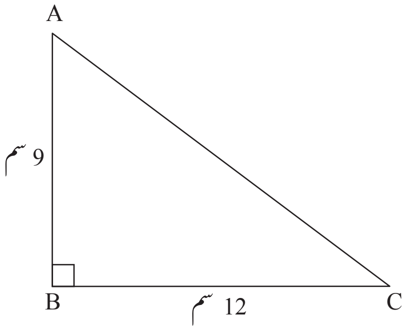
$= \frac{1}{2} \times 8$

$= 4$ سم

جواب : دائرے کا نصف قطر **4** سم ہے۔

(iv) **جواب :** خط $x = 2$ اور خط $y = -3$ کے نقطۂ تقاطع کے محددین **(3 − ,2)** ہیں۔

سوال 2. (A) (i)



سرگرمی :

$\triangle ABC$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے،

AB = 9 سم, BC = 12 سم

فیثاغورث کے مسئلہ کی بنا پر،

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$= 9^2 + \boxed{\mathbf{12^2}}$$

$$= 81 + \boxed{\mathbf{144}} = \boxed{\mathbf{225}}$$

$$\therefore\ AC = \boxed{\mathbf{15}}$$ سم

(ii) سرگرمی :

$$\text{بائیں طرف} = \frac{1}{1-\sin\theta} + \frac{1}{1+\sin\theta}$$

$$= \frac{(1+\sin\theta) + \boxed{\mathbf{(1-\sin\theta)}}}{(1-\sin\theta)\ (1+\sin\theta)}$$

$$= \frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1-\boxed{\mathbf{\sin^2\theta}}}$$

$$= \frac{2}{\boxed{\mathbf{\cos^2\theta}}} = 2 \times \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$= 2 \times \boxed{\mathbf{\sec^2\theta}}$$

$$= \text{دائیں طرف}$$

(iii) سرگرمی :

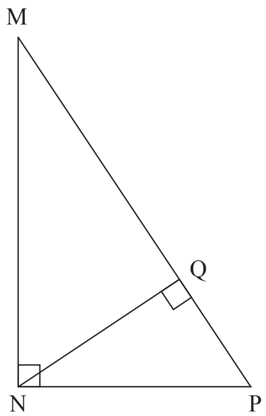
دائرے کا نصف قطر $(r) = 3.5$ سم، قوس کی لمبائی $= 2.2$ سم

$$\text{تراشہ کا رقبہ} = \frac{\text{قوس کی لمبائی} \times \boxed{\textbf{نصف قطر}}}{2}$$

$$= \frac{\boxed{\mathbf{2.2}} \times \boxed{\mathbf{3.5}}}{2}$$

$$= \boxed{\mathbf{3.85}}$$ مربع سم

سوال 2. (B) (i) **حل :** $\triangle MNP$ میں،



$\angle MNP = 90^\circ$ ... (دیا ہوا ہے)

قطعہ $NQ \perp$ وتر MP ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ ہندسی وسط کے مسئلے کی بنا پر،

$$NQ^2 = MQ \times QP$$

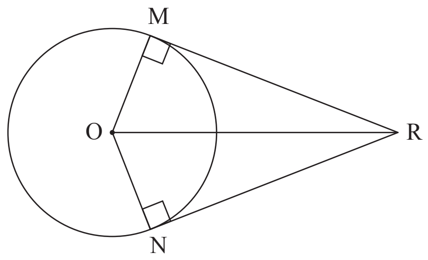
$$\therefore\ NQ^2 = 9 \times 4$$

$$\therefore\ NQ^2 = 36$$

$\therefore\ NQ = 6$ ... (طرفین کا جذر المربع کرنے پر)

جواب : $NQ = \mathbf{6}$

(ii)



ثبوت : $\triangle RMO$ اور $\triangle RNO$ میں،

$\angle RMO = \angle RNO = 90^\circ$ ... (مماس نصف قطر مسئلہ)

وتر $OR \cong$ وتر OR ... (مشترک ضلع)

ضلع $OM \cong$ ضلع ON ... (ایک ہی دائرے کے نصف قطر)

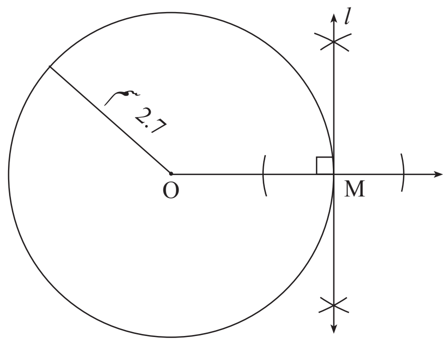
$\therefore \triangle RMO \cong \triangle RNO$ ... (وتر- ضلع مسئلہ)

$\therefore \angle MRO \cong \angle NRO$

اور $\angle MOR \cong \angle NOR$ ... (متماثل مثلثوں کے نظیری زاویے)

$\therefore$ قطعہ OR، $\angle MRN$ اور $\angle MON$ دونوں کا ناصف قطعہ ہے۔

(iii)



(iv) **حل :** $P(-12, -3)$ اور $Q(4, k)$

فرض کیا $P(x_1, y_1)$ اور $Q(x_2, y_2)$

یہاں, $x_1 = -12, y_1 = -3, x_2 = 4$ اور $y_2 = k$

خط کی ڈھلان $= m = \dfrac{1}{2}$

خط PQ کی ڈھلان $(m) = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{k - (-3)}{4 - (-12)}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{k + 3}{4 + 12}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{k + 3}{16}$$

$\therefore 2(k+3) = 16$

$\therefore (k+3) = \frac{16}{2} \qquad \therefore k+3 = 8$

$\therefore k = 8 - 3$

$\therefore k = 5$

جواب : $k = \mathbf{5}$

(v) **ثبوت :**

بائیں جانب $= \dfrac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$

$= \dfrac{1}{(\sec\theta - \tan\theta)} \times \dfrac{(\sec\theta + \tan\theta)}{(\sec\theta + \tan\theta)}$

$= \dfrac{1(\sec\theta + \tan\theta)}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta)}$

$= \dfrac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec^2\theta - \tan^2\theta}$

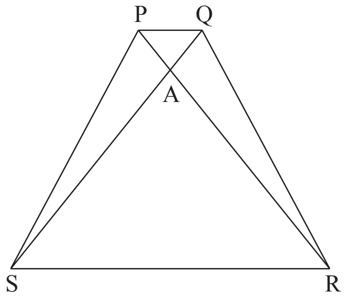
$= \dfrac{\sec\theta + \tan\theta}{1} \qquad \ldots \left[\begin{array}{l} \because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \\ \therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1 \end{array}\right]$

= دائیں طرف

$\therefore$ بائیں طرف = دائیں طرف

$\therefore \dfrac{1}{\sec\theta - \tan\theta} = \sec\theta + \tan\theta$

سوال 3. (A) (i)



سرگرمی :

$\triangle PQA$ اور $\triangle RSA$ میں،

$\angle PQA \cong \angle RSA$ ... (متبادلہ زاویے)

$\angle PAQ \cong \angle RAS$ ... (راسی متقابلہ زاویے)

$\therefore \triangle PQA \sim \triangle RSA$ ... (متشابہت کی زازاآزمائش)

$\dfrac{PQ}{SR} = \dfrac{\boxed{AP}}{AR}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعے) ... (1)

(1) میں $AR = 5AP$ رکھنے پر،

$\therefore \dfrac{PQ}{SR} = \dfrac{\boxed{\textbf{AP}}}{5AP}$

$\therefore \dfrac{PQ}{SR} = \dfrac{\boxed{\textbf{1}}}{5}$

$\therefore SR = 5PQ$

(ii) **سرگرمی :**

P (2, − 2)، Q (7, 3) ، R (11, − 1) اور S (6, − 6) دیے گئے نقاط ہیں۔

فاصلے کے ضابطے کی بنا پر،

دو نقاط کا درمیانی فاصلہ $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \boxed{\mathbf{5\sqrt{2}}}$ ... (1)

$QR = \boxed{\mathbf{4\sqrt{2}}}$ ... (2)

$SR = \boxed{\mathbf{5\sqrt{2}}}$ ... (3)

$PS = \boxed{\mathbf{4\sqrt{2}}}$ ... (4)

(1)، (2)، (3) اور (4) کی بنا پر،

$PQ = \boxed{\textbf{SR}}$

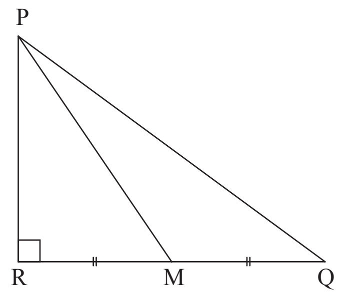
$QR = \boxed{\textbf{PS}}$

$\therefore$ □PQRS ایک متوازی الاضلاع ہے۔

... [اگر کسی ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع مساوی ہوں تو وہ متوازی الاضلاع ہوتا ہے]

$\therefore$ P (2, − 2)، Q (7, 3) ، R (11, − 1) اور S (6, − 6) متوازی الاضلاع کے راسین ہیں۔

سوال 3. (B) (i)



ثبوت : △PRQ میں،

$\angle PRQ = 90^\circ$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے،

$PQ^2 = PR^2 + QR^2$ ... (1)

اسی طرح △PRM میں،

$\angle PRM = 90^\circ$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کی رو سے،

$PM^2 = PR^2 + RM^2$ ... (2)

$RM = \frac{1}{2}RQ$ ... (M قطعہ RQ کا وسطی نقطہ ہے) ... (3)

$\therefore PM^2 = PR^2 + \left(\frac{1}{2} RQ\right)^2$ ... [(2) اور (3) کی بنا پر] ...

$\therefore PM^2 = PR^2 + \frac{1}{4}RQ^2$

$4PM^2 = 4PR^2 + RQ^2$ ... (طرفین کو 4 سے ضرب کرنے پر) ...

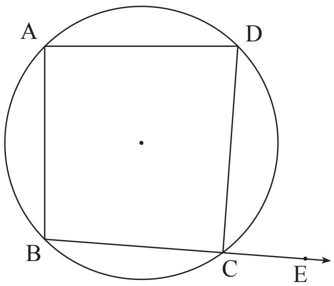
$\therefore 4PM^2 = 3PR^2 + (PR^2 + RQ^2)$

$\therefore 4PM^2 = 3PR^2 + PQ^2$ ... [(1) کی بنا پر] ...

$\therefore 4PM^2 - 3PR^2 = PQ^2$

یا $PQ^2 = 4PM^2 - 3PR^2$

(ii)



دیا ہوا ہے : □ABCD مستقیم المحیط ذو اربعۃ الاضلاع ہے۔ $\angle DCE$، □ABCD کا خارجہ زاویہ ہے۔

ثابت کرنا ہے : $\angle DCE \cong \angle BAD$

ثبوت :

$\angle DCE + \angle BCD = 180°$ ... (خطی جوڑی کے زاویے) ... (1)

□ABCD مستقیم المحیط ذو اربعۃ الاضلاع ہے۔

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180°$ ... (مستقیم المحیط ذو اربعۃ الاضلاع کا مسئلہ) ... (2)

[(1) اور (2) کی بنا پر] ...

$\angle DCE + \angle BCD = \angle BAD + \angle BCD$

$\therefore \angle DCE = \angle BAD$

$\therefore \angle DCE \cong \angle BAD$

(iii) **حل :** فرض کیا قطعات AB اور CD ان دو عمارتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ قطعہ BD سڑک کی چوڑائی کو ظاہر کرتا ہے۔

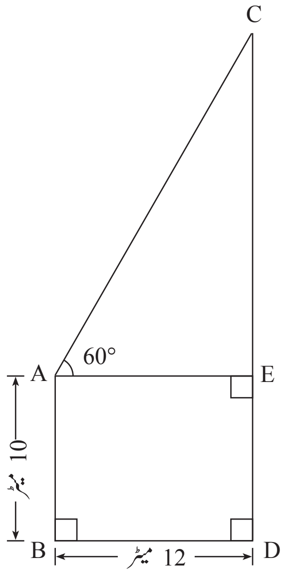
قطعہ AE افقی خط ہے۔

قطعہ AE ⊥ قطعہ CD ... (C–E–D)

اور $\angle CAE$ صعودی زاویہ ہے۔

BD = 12 میٹر، AB = 10 میٹر اور $\angle CAE = 60°$

□ABDE مستطیل ہے۔



$DE = AB = 10$ میٹر

$AE = BD = 12$ میٹر

(مستطیل کے مقابل کے اضلاع متماثل ہوتے ہیں) ...

قائمۃ الزاویہ $\triangle CEA$ میں،

$$\tan \angle CAE = \tan 60° = \frac{CE}{AE}$$ ... (تعریف کی بنا پر)

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{CE}{12} \qquad \ldots (\tan 60° = \sqrt{3})$$

$\therefore CE = 12\sqrt{3}$ میٹر

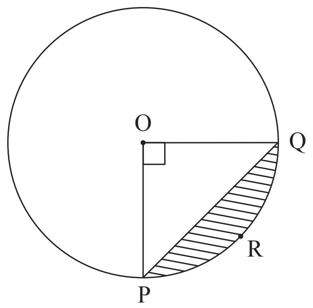
$$CD = CE + ED \qquad \ldots (C - E - D)$$

$\therefore CD = (12\sqrt{3} + 10)$ میٹر

جواب : دوسری عمارت کی بلندی **$(12\sqrt{3} + 10)$ میٹر** ہے۔

(iv) **حل :** نشان زدہ علاقے کا رقبہ 114 مربع سم ہے۔

نشان زدہ حصہ قطعہ دائرہ PRQ کو ظاہر کرتا ہے۔



A (قطعہ دائرہ PRQ) $= 114$ مربع سم

m (قوس PRQ) $= \angle POQ = \theta = 90°$

A (قطعہ دائرہ PRQ) $= r^2 \left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin \theta}{2} \right]$

$$\therefore 114 = r^2 \left[\frac{3.14 \times 90}{360} - \frac{\sin 90°}{2} \right]$$

$$\therefore 114 = r^2 \left[\frac{3.14}{4} - \frac{1}{2} \right] \qquad \ldots (\sin 90° = 1)$$

$$\therefore 114 = r^2 \left[\frac{3.14 - 2}{4} \right]$$

$$\therefore 114 = r^2 \times \frac{1.14}{4}$$

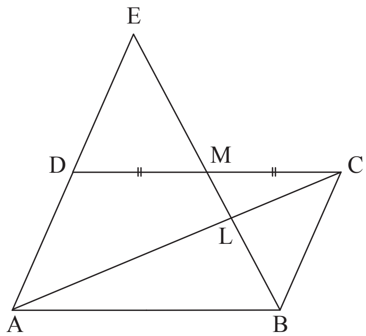
$$\therefore r^2 = \frac{114 \times 4 \times 100}{1.14 \times 100}$$

$$\therefore r^2 = \frac{114 \times 4 \times 100}{114}$$

$\therefore r^2 = 400 \qquad \therefore r = \sqrt{400} \qquad \therefore r = 20$ سم

جواب : دائرے کا نصف قطر **20** سم ہے۔

سوال 4. **(i)**



ثبوت :

ضلع AD $\parallel$ ضلع BC ... (متوازی الاضلاع کے مقابل کے اضلاع)

یعنی ضلع BC $\parallel$ قطعہ AE اور BE ان کا خطِ تقاطع ہے۔

$\therefore \angle BEA \cong \angle EBC$ ... (متبادلہ زاویے)

یعنی $\angle MED \cong \angle MBC$

$\angle DME \cong \angle BMC$ ... (راسی متقابلہ زاویے)

$\therefore \triangle EMD \sim \triangle BMC$ ... (متشابہت کی زازاآزمائش)

$\therefore \dfrac{MD}{MC} = \dfrac{ED}{BC}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع متناسب ہوتے ہیں)

$MD = MC$ ... (M، ضلع DC کا وسطی نقطہ ہے)

$\therefore \dfrac{MD}{MC} = \dfrac{ED}{BC} = 1$

$\therefore$ قطعہ ED = ضلع BC ... (1)

ضلع BC = ضلع AD ... (متوازی الاضلاع کے مقابل کے اضلاع) ... (2)

ضلع ED = ضلع AD ...[(1) اور (2) کی بنا پر]

$AD + ED = AD + AD$ ... (طرفین میں AD جمع کرنے پر)

$\therefore AE = 2AD$ ... (A – D – E) ... (3)

$\therefore AE = 2BC$ ... ($\because$ AD = BC متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے)

ضلع BC $\parallel$ قطعہ AE اور وتر AC ان کا تقاطع ہے۔

$\therefore \angle EAC \cong \angle BCA$ ... (متبادلہ زاویے)

$\angle ELA \cong \angle BLC$ ... (راسی متقابلہ زاویے)

$\therefore \triangle AEL \sim \triangle CBL$ ... (متشابہت کی زازاآزمائش)

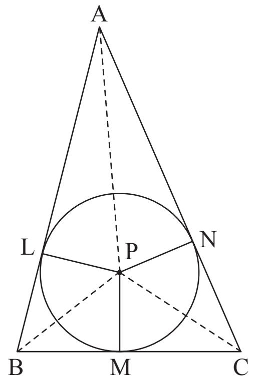
$\therefore \dfrac{EL}{BL} = \dfrac{AE}{BC}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع متناسب ہوتے ہیں)

$\therefore \dfrac{EL}{BL} = \dfrac{2BC}{BC}$ ...[(3) کی بنا پر]

$\therefore \frac{EL}{BL} = 2$

$\therefore EL = 2BL$

(ii)



ثبوت : قطعہ PA، قطعہ PB، قطعہ PC، قطعہ PL، قطعہ PN اور قطعہ PM کھینچیے۔

$PL = PM = PN = r$ ... (ایک ہی دائرے کے نصف قطر)

$PM \perp BC, PL \perp AB, PN \perp AC,$ ... (مماس-نصف قطر کا مسئلہ)

$\therefore A(\triangle PBC) = \frac{1}{2} \times BC \times PM$

$A(\triangle PBC) = \frac{1}{2} \times BC \times r$ ... (1)

$A(\triangle PAC) = \frac{1}{2} \times AC \times r$ ... (2)

$A(\triangle PAB) = \frac{1}{2} \times AB \times r$ ... (3)

$\therefore A(\triangle ABC) = A(\triangle PBC) + A(\triangle PAC) + A(\triangle PAB)$

...[(1)، (2) اور (3) کی جمع کرنے پر]

$= \frac{1}{2} \times BC \times r + \frac{1}{2} \times AC \times r + \frac{1}{2} \times AB \times r$

$= \frac{1}{2}(BC + AC + AB) \times r$

$A(\triangle ABC) = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) \times r$

(iii) حل : دھاتی مکعب نما کے لیے،

لمبائی $(l) = 44$ سم

چوڑائی $(b) = 42$ سم

اونچائی $(h) = 21$ سم

کرّہ کے لیے،

فرض کیا کرّہ کا نصف قطر r ہے۔

دھاتی مکعب نما کا حجم = کرّہ کا حجم

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = l \times b \times h$$

$$\therefore \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 44 \times 42 \times 21$$

$$\therefore r^3 = \frac{44 \times 42 \times 21 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$$

$$\therefore r^3 = 9261$$

$\therefore r = 21$ سم

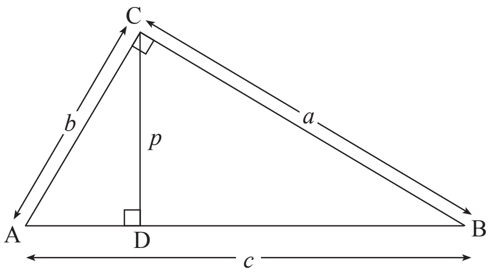
کرّے کی خمدار سطح کا رقبہ $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$= 5544$ مربع سم

جواب : کرّہ کی خمدار سطح کا رقبہ **5544 مربع سم** ہے۔

سوال 5. **(i)** **ثبوت :**



$\triangle DAC \sim \triangle CAB$ ... (قائمۃ الزاویہ مثلثوں کی متشابہت)

$\therefore \dfrac{CD}{BC} = \dfrac{AC}{AB}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع)

$\therefore \dfrac{p}{a} = \dfrac{b}{c}$ $\qquad \therefore p = \dfrac{ab}{c}$

$\therefore p^2 = \dfrac{a^2b^2}{c^2}$ ... (طرفین کا مربع کرنے پر)

$\therefore \dfrac{1}{p^2} = \dfrac{c^2}{a^2b^2}$ ...(عمل عکس کی بنا پر) ... (1)

قائمۃ الزاویہ $\triangle CAB$ میں، فیثا غورث کے اصول کی بنا پر،

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$ ... (2)

(1) اور (2) کی بنا پر،

$$\frac{1}{p^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2}$$

$$= \frac{a^2}{a^2b^2} + \frac{b^2}{a^2b^2}$$

$$\therefore \frac{1}{p^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}$$

یا $$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

(ii) تجزیہ :

$\triangle$ ABC کے تینوں اضلاع کی لمبائیاں معلوم ہیں۔ اس لیے $\triangle$ ABC بنایا جاسکتا ہے۔

$$\triangle ABC \sim \triangle LMN$$

$$\therefore \frac{AB}{LM} = \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{LN} \quad \ldots$$ (متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع تناسب متناسب ہوتے ہیں)

$$\therefore \frac{5.5}{LM} = \frac{6}{MN} = \frac{4.5}{LN} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \frac{5.5}{LM} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore LM = \frac{5.5 \times 4}{5}$$

$$\therefore LM = 1.1 \times 4$$

$\therefore$ LM = 4.4 سم

$$\frac{6}{MN} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore MN = \frac{6 \times 4}{5}$$

$$\therefore MN = \frac{24}{5}$$

$\therefore$ MN = 4.8 سم

$$\frac{4.5}{LN} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore LN = \frac{4.5 \times 4}{5}$$

$$\therefore LN = \frac{18}{5}$$

$\therefore$ LN = 3.6 سم

اب $\triangle$ LMN کے تینوں اضلاع کی لمبائیاں معلوم ہوگئیں۔

$\therefore$ $\triangle$ LMN بنایا جاسکتا ہے۔

جواب :