ریاضی (حصہ - II)

مشقی سوالیہ پرچہ 2 کا مکمل حل

سوال .1 (A) (i) (C)
(ii) (A)
(iii) (B)
(iv) (A)

سوال .1 (A) طلبہ کی رہنمائی کے لیے اس سوال میں دیے گئے ہر کثیر متبادل جوابی سوال کے جواب کی ذیل میں وضاحت دی گئی ہے۔ البتہ امتحان میں طلبہ سے وضاحت کرنے کی توقع نہیں کی جاتی ہے۔

وضاحت :

(i) (C) [اگر دیے گئے تین مثبت اعداد میں سب سے بڑے عدد کا مربع، باقی دو ارکان کے مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہو تو ان اعداد کو فیثا غورث کے اعداد ثلاثہ کہتے ہیں]

(ii) (A) [اگر وتر AB اور وتر CD دائرے کے اندرون میں نقطہ E پر قطع کریں تو وتروں کے اندرون دائرہ قطع کرنے کے مسئلہ کی بنا پر $AE \times EB = CE \times ED$ ...]

(iii) (B) $\left[\text{اگر } \triangle DEF \sim \triangle QRP \text{ تب } \frac{DE}{QR} = \frac{EF}{RP} = \frac{DF}{QP}\right]$

(iv) (A) [X- محور پر کسی بھی نقطہ کا y- محدد صفر اور مبدا کے بائیں جانب x- محدد منفی عدد ہوتا ہے]

سوال .1 (B) (i) حل : مخروط کے قاعدے کا نصف قطر $(r) = 7$ سم

اس کی عمودی اونچائی $(h) = 24$ سم، مائل بلندی $(l) = ?$

$$l^2 = r^2 + h^2$$
$$= 7^2 \times 24^2$$
$$= 49 + 576$$
$$= 625$$
$$\therefore\ l = 25 \text{ سم}$$

جواب : مخروط کی مائل بلندی **25** سم ہے۔

(ii) حل :

$\angle A + \angle C = 180°$ ... (مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویے)

$80° + \angle C = 180°$

$\therefore\ \angle C = 180° - 80° = 100°$

جواب : $\angle C$ کی پیمائش **100°** ہے۔

(iii) حل : $\triangle ABC$ میں،

$\angle ABC = 90°$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ فیثا غورث کے اصول کی بنا پر،

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore\ AC^2 = 324$

$\therefore\ AC^2 = \sqrt{324}$

$\therefore AC = 18$ سم

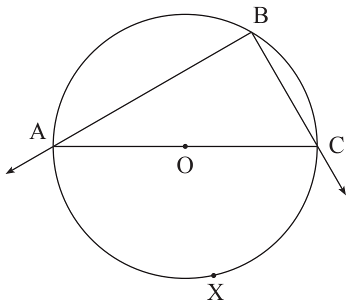
جواب : AC کی لمبائی **18 سم** ہے۔

(iv) **حل :** X-محور کی مثبت سمت پر خط کا جھکاؤ $(\theta) = 60°$

خط کی ڈھلان $= \tan\theta = \tan\ 60° = \sqrt{3}$

جواب : X-محور کی مثبت سمت پر خط کی ڈھلان $\sqrt{\mathbf{3}}$ ہے۔

سوال .2 (A) (i)



سرگرمی : قطعہ AC دائرے کا قطر ہے۔

$m($قوس$\ AXC) = \boxed{180°}$ ... (نصف دائرہ کی پیمائش)

$\angle ABC = \frac{1}{2}\boxed{m(\text{قوس } AXC)}$ ... (قوسی زاویہ کا مسئلہ)

$\therefore\ \angle ABC = \frac{1}{2} \times \boxed{180°}$

$\therefore\ \angle ABC = \boxed{90°}$

(ii) **سرگرمی :**

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = \boxed{1}$

طرفین کو $\cos^2\theta$ سے تقسیم کرنے پر،

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\boxed{1}}{\cos^2\theta}$$

$\therefore\ \boxed{\tan^2\theta} + 1 = \boxed{\sec^2\theta}$

(iii) **سرگرمی :**

یہاں، $r_1 = 14$ سم، $r_2 = 7$ سم، $h = 30$ سم

ناقص مخروط شکل والی بالٹی کا حجم $= \frac{1}{3}\pi(r_1{}^2 + r_2{}^2 + r_1 \times r_2) \times h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \boxed{14^2 + 7^2 + 14 \times 7} \times 30$ ... (قیمتیں رکھنے پر)

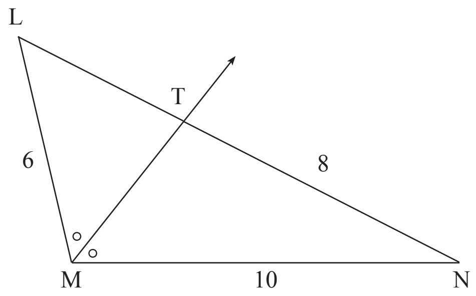
$= \frac{22}{7} \times \boxed{343} \times 10$

$= \boxed{\mathbf{10,780}}$ مکعب سم

$= \dfrac{10,780}{1000}$ لیٹر   ($\because$ 1 لیٹر = 1000 مکعب سم)

$= \boxed{\mathbf{10.78}}$ لیٹر

سوال 2. (B) (i) حل :



$\triangle$ LMN میں شعاع MT، $\angle$ LMN کی ناصف ہے۔

$\therefore$ مثلث کے زاویے کے ناصف کے مسئلے کی بنا پر،

$$\frac{LM}{MN} = \frac{LT}{TN}$$

$$\therefore \frac{6}{10} = \frac{LT}{8}$$ ... (دی ہوئی قیمتیں رکھنے پر)

$$\therefore LT = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10}$$

$$\therefore LT = 4.8$$

جواب : LT = 4.8

(ii) حل :

$$PQ^2 = (\sqrt{8})^2 = 8$$

$$QR^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$PR^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$$

$$QR^2 + PR^2 = 5 + 3 = 8$$

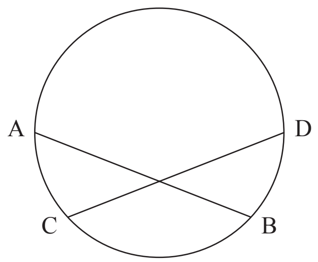
$$\therefore QR^2 + PR^2 = PQ^2$$

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کے عکس کی بناپر $\triangle$ PQR قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

یہاں، ضلع PQ مثلث کا وتر ہے۔ وتر کے مقابل کا زاویہ، قائمہ زاویہ ہے۔

جواب : $\triangle$ PQR قائمۃ الزاویہ مثلث ہے اور $\angle$ PRQ = 90°

(iii) ثبوت :



وتر AB $\cong$ وتر CD ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ قوس ACB $\cong$ قوس CBD ... (متماثل وتروں کے نظیری قوسین)

$\therefore$ m (قوس ACB) $=$ m (قوس CBD) ... (1)

لیکن m (قوس ACB) $=$ m (قوس AC) $+$ m (قوس CB)

... (2) ... (قوسوں کی جمع کی خصوصیت)

اسی طرح

m (قوس CBD) $=$ m (قوس CB) $+$ m (قوس BD) ... (3)

(1)، (2) اور (3) کی بنا پر،

m (قوس AC) $+$ m (قوس CB) $=$ m(قوس CB) $+$ m (قوس BD)

$\therefore$ m (قوس AC) $=$ m (قوس BD)

$\therefore$ قوس AC $\cong$ قوس BD

(iv) **حل :** $E(-4, -2)$، $F(6, 3)$

فرض کیا $E(x_1, y_1)$ اور $F(x_2, y_2)$

تب، $x_1 = -4$ ، $y_1 = -2$ ، $x_2 = 6$ اور $y_2 = 3$

$$\text{خط EF کی ڈھلان} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{3-(-2)}{6-(-4)}$$

$$= \frac{3+2}{6+4}$$

$$= \frac{5}{10}$$

$$= \frac{1}{2}$$

جواب : خط EF کی ڈھلان $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ہے۔

(v) **ثبوت :**

$$\text{بائیں طرف} = \operatorname{cosec}\theta \sqrt{1-\cos^2\theta}$$

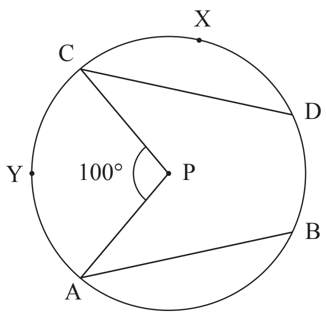
$$= \operatorname{cosec}\theta \times \sqrt{\sin^2\theta} \quad \ldots [\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1, \ \therefore \ \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta]$$

$$= \operatorname{cosec}\theta \times \sin\theta$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} \times \sin\theta$$

$$= 1 = \text{دائیں طرف}$$

سوال 3. (A) (i)



سرگرمی :

$m($قوس AYC$) = \angle CPA$ ... (قوس اصغر کی تعریف کی بنا پر)

$\therefore\ m($قوس AYC$) = \boxed{\mathbf{100^\circ}}$

وتر AB $\cong$ وتر CD ... (دیا ہوا ہے)

قوس AB $\cong$ $\boxed{\textbf{قوس CXD}}$ ... (متماثل وتروں کے نظیری قوس اصغر)

$\therefore\ m($قوس AB$) = m($قوس CXD$) = 105^\circ$

اب, $m($قوس BD$) + m($قوس AB$) + \boxed{\textbf{m (قوس AYC)}} + m($قوس CXD$) = 360^\circ$

... (دائرے کے قوسین کی پیمائش)

$\therefore\ m($قوس BD$) + 105^\circ + \boxed{\mathbf{100^\circ}} + 105^\circ = 360^\circ$

$\therefore\ m($قوس BD$) + \boxed{\mathbf{310^\circ}} = 360^\circ$

$\therefore\ m($قوس BD$) = \boxed{\mathbf{50^\circ}}$

(ii) سرگرمی :

بائیں طرف $= \dfrac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \dfrac{\sin\theta\left(\boxed{\mathbf{1-2\sin^2\theta}}\right)}{\cos\theta\left(\boxed{\mathbf{2\cos^2\theta-1}}\right)}$

$= \dfrac{\sin\theta\,(\sin^2\theta+\cos^2\theta - \boxed{\mathbf{2\sin^2\theta}})}{\cos\theta\,(2\cos^2\theta - \boxed{\mathbf{(\sin^2\theta+\cos^2\theta)}})}$ ... $(\because \sin^2\theta+\cos^2\theta=1)$

$= \dfrac{\sin\theta\left(\boxed{\mathbf{\cos^2\theta-\sin^2\theta}}\right)}{\cos\theta\,(\cos^2\theta-\sin^2\theta)} = \dfrac{\sin\theta}{\boxed{\mathbf{\cos\theta}}}$

$= \tan\theta$

= دائیں طرف

سوال 3. (B) (i) $\triangle ABC$ میں،

$AB = AC$ ... (دیا ہوا ہے)

$\triangle ABC$ میں، شعاع BD، $\angle ABC$ کی ناصف ہے۔

$\therefore$ مثلث کے زاویے کے ناصف کے مسئلے کی بنا پر،

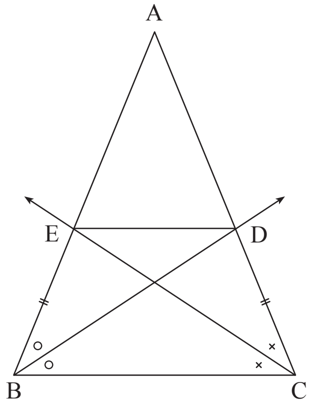
$\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AD}{DC}$ ... (1)

اسی طرح $\triangle ACB$ میں، شعاع CE، $\angle ACB$ کی ناصف ہے۔

$\therefore$ مثلث کے زاویے کے ناصف کے مسئلے کی بنا پر،

$\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AE}{EB}$ ... (2)

$AB \cong AC$ ... (دیا ہوا ہے) ... (3)



$\therefore \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AC}{BC}$ ... [(1)، (2) اور (3) کی بنا پر] ... (4)

$\triangle ABC$ میں،

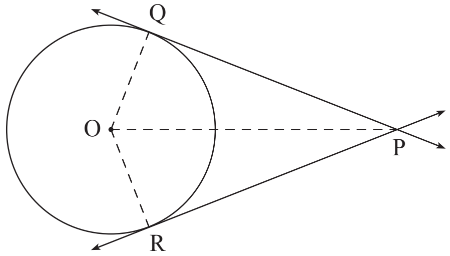
$\therefore \dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AD}{DC}$ ... [(1)، (2) اور (4) کی بنا پر]

$\therefore$ متناسبت کے بنیادی مسئلے کے عکس کی رو سے،

قطعہ ED $\parallel$ قطعہ BC

یعنی ED $\parallel$ BC

(ii)



دیا ہوا ہے : (1) O مرکز کا دائرہ۔

(2) خطوط PQ اور PR بالترتیب نقاط Q اور R پر دائرے کے مماس ہیں۔

ثابت کرنا ہے : قطعہ PQ $\cong$ قطعہ PR

عمل : قطعات OP، OQ اور OR کھینچیے۔

ثبوت : $\triangle$ OQP اور $\triangle$ ORP میں،

$\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ$ ... (مماس نصف قطر مسئلہ)

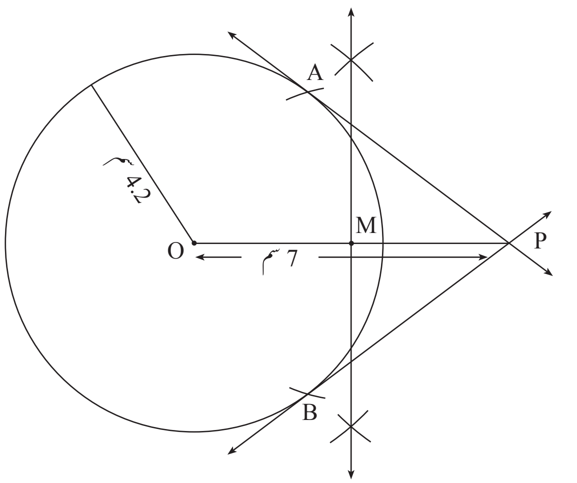
وتر OP $\cong$ وتر OP ... (مشترک ضلع)

ضلع OQ $\cong$ ضلع OR ... (ایک ہی دائرے کے نصف قطر)

$\therefore \triangle OQP \cong \triangle ORP$ ... (وتر ضلع مسئلہ)

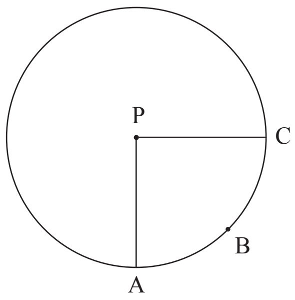
$\therefore$ قطعہ PQ $\cong$ قطعہ PR ... (متماثل مثلثوں کے نظیری ضلعے)

(iii)



$\therefore$ مماسی قطعات PA اور PB کی لمبائی 5.6 سم ہے۔

(iv) حل :



دائرے کا نصف قطر $(r) = 14$ سم

$A(P - ABC) = 154$ مربع سم

فرض کیا m (قوس ABC) $= \angle APC = \theta$

$$A(P - ABC) = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$\therefore\ 154 = \frac{\theta}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$\therefore\ \theta = \frac{154 \times 360 \times 7}{22 \times 14 \times 14}$$

$$\therefore\ \theta = 90^\circ \qquad \therefore\ \angle APC = 90^\circ$$

تراشے کا رقبہ $=$ $\dfrac{\text{نصف قطر} \times \text{قوس کی لمبائی}}{2}$

$\therefore\ A(P - ABC) = \dfrac{l(\text{قوس } ABC) \times r}{2}$

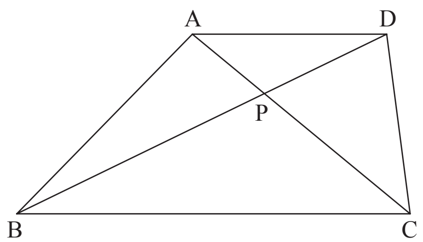
$\therefore\ 154 = \dfrac{l(\text{قوس } ABC) \times 14}{2}$

$\therefore\ l(\text{قوس } ABC) = \dfrac{154}{7}$

$\therefore\ l$ (قوس ABC) $= 22$ سم

جواب : (a) $\angle APC$ کی پیمائش $=$ **90°** اور (b) قوس ABC کی لمبائی $=$ **22** سم۔

سوال 4. **(i)**



ثبوت :

$\triangle BPC$ اور $\triangle DPA$ میں،

$\angle CBP \cong \angle ADP$ ... (متبادلہ زاویے)

$\angle BPC \cong \angle DPA$ ... (راسی متقابلہ زاویے)

$\therefore\ \triangle BPC \sim \triangle DPA$ ... (متشابہت کی زاز آزمائش)

$\therefore\ \dfrac{BP}{DP} = \dfrac{CP}{AP}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلع) ... (1)

$AP = \frac{1}{3} AC$ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore\ 3AP = AC$

$\therefore\ 3AP = AP + CP$

$\therefore\ 3AP - AP = CP$

$\therefore\ 2AP = CP$

$\therefore\ \frac{AP}{CP} = \frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{CP}{AP} = \frac{2}{1}$ ... (عمل عکس) ... (2)

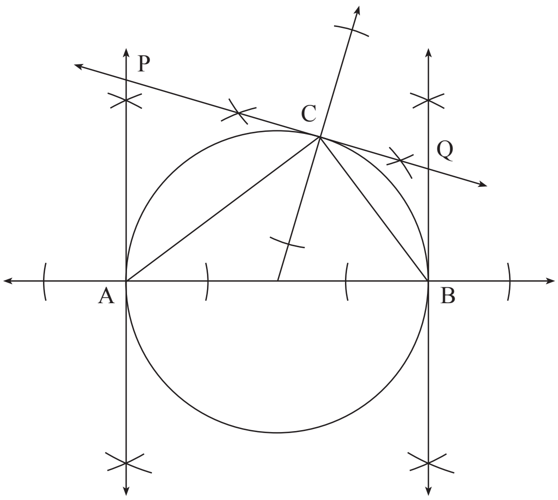
∴ (1) اور (2) کی بنا پر،

$\frac{BP}{DP} = \frac{2}{1}$

$\therefore\ 2DP = BP$

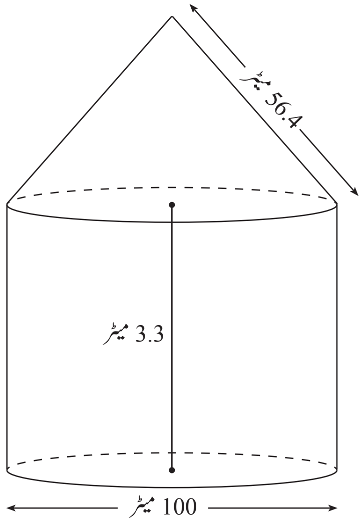
$\therefore\ DP = \frac{1}{2} BP$

(ii) جواب :



جواب : ان مماسوں کے انقطاع سے ذوزنقہ □ ABQP بنتا ہے۔

(iii) حل :



خیمے کے استوانہ نما حصّہ کے لیے :

قطر $= 100$ میٹر

$\therefore$ نصف قطر $(r) = \frac{1}{2} \times 100 = 50$ میٹر

اونچائی $(h) = 3.3$ میٹر

خیمے کے مخروطی حصّہ کے لیے :

نصف قطر $(r) = 50$ سم

مائل بلندی $(l) = 56.4$ میٹر

خیمہ بنانے کے لیے درکار کینواس = استوانہ نما حصّہ کی خمدار سطح کا رقبہ + مخروطی حصّہ کی خمدار سطح کا رقبہ

$= 2\pi rh + \pi rl$

$= \pi r(2h + l)$

$= \frac{22}{7} \times 50 \ (2 \times 3.3 + 56.4)$

$= \frac{22}{7} \times 50 \times 63$

$= 22 \times 50 \times 9$

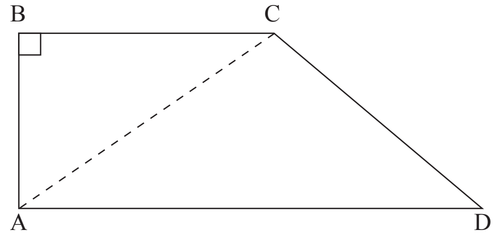
$= 9900$ مربع میٹر

فی مربع میٹر کینواس کی قیمت ₹ 8 ہے۔

$\therefore$ درکار کینواس کی قیمت $= 8 \times 9900 =$ ₹ 79,200

جواب : سرکس کا خیمہ بنانے کے لیے **9900 مربع میٹر** کینواس درکار ہوگا اور اس کی قیمت **₹ 79,200** ہوگی۔

سوال 5. **(i)** **حل :**



(a) $\triangle ABC$ میں، $\angle ABC = 90°$

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کی بنا پر،

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ ... (1)

(b) $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ ... (دیا ہوا ہے) ... (2)

(1) کی قیمت کو (2) میں رکھنے پر،

$AD^2 = AC^2 + CD^2$ ... (3)

(c) $\triangle ACD$ میں،

[(3) کی بناپر] ... $AD^2 = AC^2 + CD^2$

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلہ کے عکس کی بناپر $\triangle ACD$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہے اور $\angle ACD = 90°$

جواب : (a) $\mathbf{AC^2 = AB^2 + BC^2}$

(b) $\mathbf{AD^2 = AC^2 + CD^2}$

(c) $\mathbf{\angle ACD = 90°}$ (فیثاغورث کے مسئلے کا عکس)

(ii) **حل :**

$A(-2, -1)$, $B(p, 0)$, $C(4, q)$ اور $D(1, 2)$ متوازی الاضلاع ABCD کے راس ہیں۔

متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

BD کے وسطی نقطہ کے محددین = AC کے وسطی نقطہ کے محددین

(وسطی نقطہ کے ضابطہ کی بناپر) ...

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1+q}{2}\right) = \left(\frac{p+1}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$$

$$\therefore \left(1, \frac{-1+q}{2}\right) = \left(\frac{p+1}{2}, 1\right)$$

$$\therefore \frac{p+1}{2} = 1 \quad \text{اور} \quad \frac{-1+q}{2} = 1$$

$\therefore p+1 = 2$	$\therefore -1+q = 2$
$\therefore p = 2-1$	$\therefore q = 2+1$
$\therefore p = 1$	$\therefore q = 3$

جواب : p اور q کی قیمتیں بالترتیب **1** اور **3** ہیں۔