ریاضی (حصہ - II)

مشقی سوالیہ پرچہ 1 کا مکمل حل

سوال .1 (A) (i) (B)
(ii) (C)
(iii) (A)
(iv) (D)

سوال .1 (A) طلبہ کی رہنمائی کے لیے اس سوال میں دیے گئے ہر کثیر متبادل جوابی سوال کے جواب کی ذیل میں وضاحت دی گئی ہے۔ البتہ امتحان میں طلبہ سے وضاحت کرنے کی توقع نہیں کی جاتی ہے۔

وضاحت :

(i) (B) $[(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{اونچائی})^2]$

(ii) (C) $[(\text{مماس نصف قطر مسئلہ})\ \angle PAO = \angle PBO = 90°$

$(\text{ذوار بعۃ الاضلاع کا باقی ماندہ زاویہ})\ \angle AOB = 110° \quad \therefore \quad \angle APB = 70°$

$[\angle POA = \frac{1}{2}\ \angle AOB = \frac{1}{2} \times 110° = 55°$

(iii) (A) $[\text{دو نقاط کا درمیانی فاصلہ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}]$

(iv) (D) $\left[l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r \quad \therefore \quad \text{دائرہ کا محیط} = 2\pi r = l \times \frac{360°}{\theta} \right]$

سوال .1 (B) (i) حل :

$\text{مربع کا ضلع} = 8$ سم

$\text{مربع کا وتر} = \sqrt{2} \times \text{ضلع}$

$= \sqrt{2} \times 8$

$= 8\sqrt{2}$ سم

جواب : مربع کے وتر کی لمبائی $8\sqrt{2}$ سم ہے۔

(ii) حل : $\triangle ABC \sim \triangle LMN$،

$\angle B = 60°$

لیکن $\angle B = \angle M$

$\therefore \angle M = \angle B = 60°$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری زاویے)

جواب : $\angle M$ کی پیمائش $60°$ ہو گی۔

(iii) حل : اندرونی طور پر مس کرنے والے دائروں کے مراکز کا فاصلہ، ان دائروں کے نصف قطر کے فرق کے مساوی ہوتا ہے۔
دائروں کے نصف قطر 8 سم اور 2 سم دیے گئے ہیں۔

اندرونی طور پر مَس کرنے والے دائروں کے مراکز کا درمیانی فاصلہ = 8 سم − 2 سم

= 6 سم

جواب : ان دائروں کے مراکز کا درمیانی فاصلہ 6 سم ہو گا۔

(iv) حل :

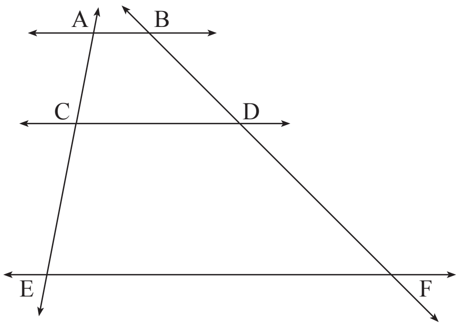
$\tan A = \sqrt{3}$ ... (دیا ہوا ہے)

لیکن $\tan 60° = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \angle A = 60°$

$\sin A = \sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

جواب : $\sin A = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

سوال 2. (A) (i) سرگرمی :



AB || CD || EF

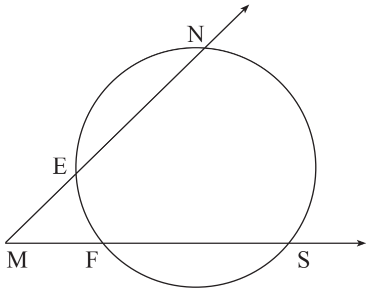
$\dfrac{AC}{\boxed{\mathbf{CE}}} = \dfrac{\boxed{\mathbf{BD}}}{DF}$

... (تین متوازی خطوط اور ان کے خطوط تقاطع کی خصوصیت)

$\therefore \dfrac{5.4}{9} = \dfrac{\boxed{\mathbf{7.5}}}{DF}$

$\therefore DF = \boxed{\mathbf{12.5}}$

(ii)



سرگرمی :

m (قوس NS) $= 125°$, m(قوس EF) $= 37°$ ... (دیا ہوا ہے)

$\angle$NMS کا راس دائرہ کے باہر ہے اور اس کے مقطوعہ قوسین EF اور NS ہیں۔

$\therefore \angle NMS = \dfrac{1}{2}$ [m(قوس NS) $-$ $\boxed{\boldsymbol{m}\textbf{(قوس EF)}}$]

$\therefore \angle NMS = \dfrac{1}{2} \times [\boxed{\mathbf{125}}° - 37°]$

$\therefore \angle NMS = \dfrac{1}{2} \times \boxed{\mathbf{88°}}$

$\therefore \angle NMS = \boxed{\mathbf{44°}}$

(iii) سرگرمی :

$$\frac{\tan^3\theta - 1}{\tan\theta - 1} = \frac{(\tan\theta - \boxed{\mathbf{1}})(\tan^2\theta + \boxed{\mathbf{\tan\theta}} + 1)}{(\tan\theta - 1)}$$

$= \tan^2\theta + \tan\theta + \boxed{\mathbf{1}}$

$= (\tan^2\theta + 1) + \tan\theta$

$= \boxed{\mathbf{\sec^2\theta}} + \tan\theta$ ... (مثلثیاتی متماثلہ مساوات)

سوال .2 (B) (i) حل : دی ہوئی لمبائیوں میں 25 سم سب سے بڑی لمبائی ہے۔

$7^2 = 49,\ 24^2 = 576,\ 25^2 = 625$

$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$

$\therefore\ 7^2 + 24^2 = 25^2$

$\therefore$ فیثاغورث کے مسئلے کے عکس کی رو سے،

جواب : 7 سم، 24 سم، 25 سم ضلعوں کی لمبائی والا مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہو گا۔

(ii) حل : $\square$ MRPN مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع ہے۔

$\angle R + \angle N = 180°$ ... (مستقیم المحیط ذواربعۃ الاضلاع کے زاویوں کا مسئلہ)

$\therefore\ (5x - 13)° + (4x + 4)° = 180°$

$\therefore\ 5x - 13 + 4x + 4 = 180°$

$\therefore\ 9x - 9 = 180°$

$\therefore\ 9x = 180 + 9$

$\therefore\ 9x = 189$

$\therefore\ x = \frac{189}{9}$

$\therefore\ x = 21$

$\angle R = 5x - 13$

$\therefore\ \angle R = 5(21) - 13$

$\therefore\ \angle R = 105 - 13 \qquad \therefore\ \angle R = 92°$

$\angle N = 4x + 4$

$\therefore\ \angle N = 4(21) + 4$

$\therefore\ \angle N = 84 + 4 \qquad \therefore\ \angle N = 88°$

جواب : $\angle R = 92°$ اور $\angle N = 88°$

(iii) حل : P (0, 6) اور Q (12, 20)

فرض کیا M (x, y) قطعہ PQ کا وسطی نقطہ ہے۔

اور P (x_1, y_1)، Q (x_2, y_2) ہے۔

یہاں، $x_1 = 0,\ y_1 = 6,\ x_2 = 12,\ y_2 = 20$

وسطی نقطے کے ضابطے کی بنا پر،

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$\therefore\ x = \frac{0 + 12}{2}$

$\therefore\ x = \frac{12}{2}$

$\therefore\ x = 6$

$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$\therefore\ y = \frac{6 + 20}{2}$

$\therefore\ y = \frac{26}{2}$

$\therefore\ y = 13$

جواب : قطعہ PQ کے وسطی نقطہ کے محدین (6, 13) ہیں۔

(iv) حل : پنچ بال کا قطر = 42 سم

$\therefore$ اس کا نصف قطر $(r) = \frac{42}{2} = 21$ سم

پنچ بال کی خمدار سطح کا رقبہ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 5544$ مربع سم

پنچ بال کا حجم $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$

$= 38808$ مکعب سم

جواب : پنچ بال کی خمدار سطح کا رقبہ 5544 مربع سم
اور پنچ بال کا حجم 38808 مکعب سم

(v) حل :

$3x = \operatorname{cosec}\theta \qquad \therefore\ x = \frac{\operatorname{cosec}\theta}{3}$ ... (1)

$\frac{3}{x} = \cot\theta \qquad \therefore\ \frac{1}{x} = \frac{\cot\theta}{3}$ ... (2)

$\therefore\ 3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = 3\left[\frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{9} - \frac{\cot^2\theta}{9}\right]$ ... [(1) اور (2) کی بنا پر]

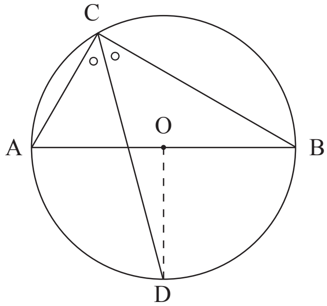
$= \frac{3}{9}\,[\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta]$

$= \frac{1}{3} \times (1)$ ... $\left[\begin{array}{l} \because\ 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta \\ \therefore\ \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1 \end{array}\right]$

$= \frac{1}{3}$

جواب : $3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = \mathbf{\frac{1}{3}}$

سوال 3. (A) (i)



ثبوت : قطعہ OD کھینچیے۔

$\angle ACB = \boxed{\mathbf{90^\circ}}$ ... (نصف دائرہ کا قوسی زاویہ)

$\angle DCB = \boxed{45°}$ … (ACB∠ کا ناصف قطعہ CD ہے)

m(قوس DB) $= \boxed{90°}$ … (قوسی زاویہ کا مسئلہ)

$\angle DOB = \boxed{90°}$ … (1) … (قوس کی پیمائش کی تعریف)

قطعہ OA ≅ قطعہ OB … (2) … ($\boxed{\text{ایک ہی دائرے کے نصف قطر}}$)

∴ خط قطعہ OD قطعہ AB کا $\boxed{\text{عمودی ناصف}}$ ہے۔ … [(1) اور (2) سے]

∴ قطعہ AD ≅ قطعہ BD … (عمودی ناصف کا مسئلہ)

(ii) سرگرمی :

$$\text{قطعہ AB کی ڈھلان} = \frac{-7-(-2)}{-3-(-4)} = \boxed{-5}$$

$$\text{قطعہ BC کی ڈھلان} = \frac{-2-(-7)}{3-(-3)} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

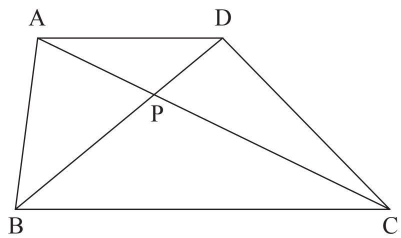
$$\text{قطعہ CD کی ڈھلان} = \frac{3-(-2)}{2-3} = \boxed{-5}$$

$$\text{قطعہ AD کی ڈھلان} = \frac{3-(-2)}{2-(-4)} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

□ ABCD میں مقابل کے اضلاع کی ڈھلان $\boxed{\text{مساوی}}$ ہے۔

∴ □ ABCD ایک $\boxed{\text{متوازی الاضلاع}}$ ہے۔

سوال 3. **(B) (i)**



ثبوت : BC قطعہ ∥ AD قطعہ، وتر AC اور وتر BD خط تقاطع ہیں۔ … (دیا ہوا ہے)

$\therefore \angle ADP \cong \angle CBP$ … (1) … (متبادلہ زاویے)

△ ADP اور △ CBP میں،

$\angle ADP \cong \angle CBP$ … [(1) کی بنا پر]

$\angle APD \cong \angle CPB$ … (متقابلہ زاویے)

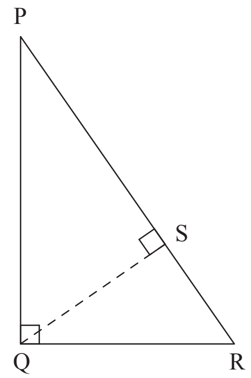
$\therefore \triangle ADP \sim \triangle CBP$ … (متشابہت کی زازا آزمائش)

$\therefore \dfrac{AP}{CP} = \dfrac{PD}{BP}$ … (متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع متناسب ہوتے ہیں)

$\therefore \dfrac{AP}{PD} = \dfrac{CP}{BP}$ ... (عملِ تبدیل)

یعنی $\dfrac{AP}{PD} = \dfrac{PC}{BP}$

(ii)



دیا ہوا ہے : $\triangle PQR$ میں، $\angle PQR = 90°$

ثابت کرنا ہے : $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

عمل : PR ضلع $QS \perp$ قطعہ کھینچئے، اس طرح کہ $P - S - R$

ثبوت : $\triangle PQR$ میں،

$\angle PQR = 90°$ ... (دیا ہوا ہے)

قطعہ $QS \perp$ وتر PR ... (عمل)

$\therefore \triangle PSQ \sim \triangle QSR \sim \triangle PQR$ ... (قائمۃالزاویہ مثلثوں کی متشابہت) ... (1)

$\triangle PSQ \sim \triangle PQR$ ... [(1) کی بنا پر]

$\therefore \dfrac{PS}{PQ} = \dfrac{PQ}{PR}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعے متناسب ہوتے ہیں)

$\therefore PQ^2 = PS \times PR$ ... (2)

$\triangle QSR \sim \triangle PQR$ ... [(1) کی بنا پر]

$\therefore \dfrac{SR}{QR} = \dfrac{QR}{PR}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری ضلعے متناسب ہوتے ہیں)

$\therefore QR^2 = SR \times PR$ ... (3)

(2) اور (3) کی جمع کرنے پر،

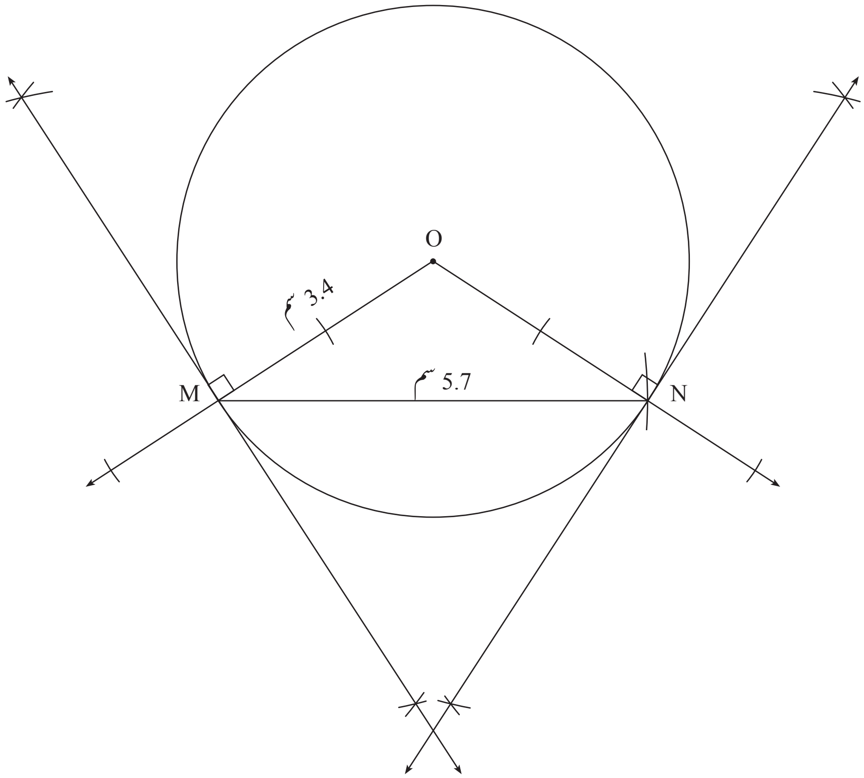
$PQ^2 + QR^2 = PS \times PR + SR \times PR$

$\therefore PQ^2 + QR^2 = PR(PS + SR)$

$\therefore PQ^2 + QR^2 = PR \times PR$ ... (P–S–R)

$\therefore PQ^2 + QR^2 = PR^2$ یعنی $\mathbf{PR^2 = PQ^2 + QR^2}$

(iii) : جواب



(iv) حل : دھاتی کرّے کا نصف قطر $(r) = 9$ سم

تار کا قطر $= 4$ ملی میٹر

$\therefore$ تار کا نصف قطر $(r_1) = 2$ ملی میٹر $= \dfrac{2}{10}$ سم ... (1 سم = 10 ملی میٹر)

فرض کیا تار کی لمبائی h ہے۔

کرّے کو پگھلا کر تار بنایا گیا ہے۔

$\therefore$ کرّے کا حجم = تار کا حجم

$$\therefore \pi r_1^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\therefore \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times h = \frac{4}{3} \times 9 \times 9 \times 9$$

$$\therefore h = \frac{4 \times 3 \times 9 \times 9 \times 10 \times 10}{2 \times 2}$$

$\therefore h = 24300$ سم یا 243 میٹر ... ($\because$ 1 میٹر = 100 سم)

جواب : تار کی لمبائی **243** میٹر ہے۔

سوال 4. (i) حل : کانچ کی گولی کا قطر $= 1.4$ سم

$\therefore$ کانچ کی گولی کا نصف قطر $(r) = \dfrac{1.4}{2} = 0.7$ سم $= \dfrac{7}{10}$ سم

بیکر کا قطر $= 7$ سم

بیکر کا نصف قطر $(r_1) = \dfrac{7}{2}$ سم

فرض کیا گولیوں کی تعداد x ہے۔

جب x گولیوں کو بیکر کے پانی میں ڈالا جاتا ہے تو پانی کی سطح 5.6 سم بلند ہوجاتی ہے۔

$$h_1 = 5.6 \text{ سم} = \frac{56}{10} \text{ سم}$$

ہر گولی کا حجم $\times$ x = اوپر بلند ہوئے پانی کا حجم

$$\pi r_1^2 h_1 = x \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r_1^2 h_1 = x \times \frac{4}{3} r^3$$

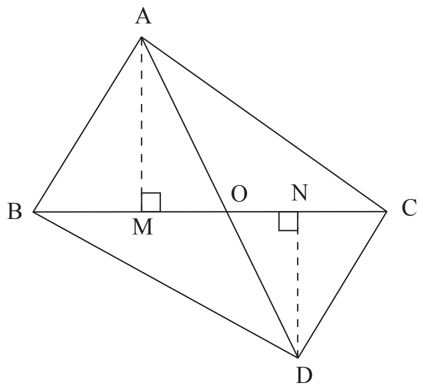
$$\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{56}{10} = x \times \frac{4}{3} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10}$$

$$\therefore\ x = \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{56}{10} \times \frac{10}{7} \times \frac{10}{7} \times \frac{10}{7} \times \frac{3}{4}$$

$$\therefore\ x = 150$$

جواب : پانی میں ڈالی گئی گولیوں کی تعداد **150** ہے۔

(ii)



ثابت کیجئے : $\dfrac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle DBC)} = \dfrac{AO}{DO}$

ثبوت :

ضلع BC $\perp$ AM قطعہ اور ضلع BC $\perp$ DN قطعہ بنائیے۔

$\triangle ABC$ اور $\triangle DBC$ کا قاعدہ مشترک ہے۔

$$\therefore\ \frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle DBC)} = \frac{AM}{DN} \quad \ldots (1)$$

(مساوی قاعدوں کے مثلثوں کے رقبے ان کے نظیری ارتفاع کے تناسب میں ہوتے ہیں) ...

$\triangle AMO$ اور $\triangle DNO$ میں،

$\angle AMO = \angle DNO$ ... (ہر ایک کی پیمائش 90°)

$\angle AOM = \angle DON$ ... (متقابلہ زاویے)

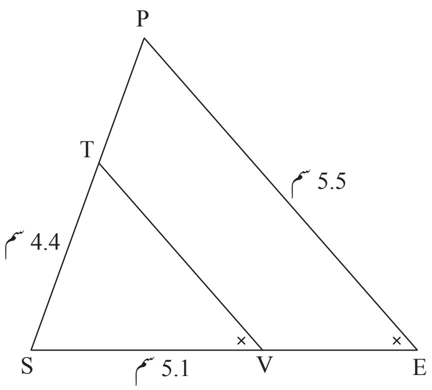
$\triangle AMO \sim \triangle DNO$ ... (متشابہت کی زازا آزمائش)

$\therefore\ \dfrac{AM}{DN} = \dfrac{AO}{DO}$ ... (متشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع) ... (2)

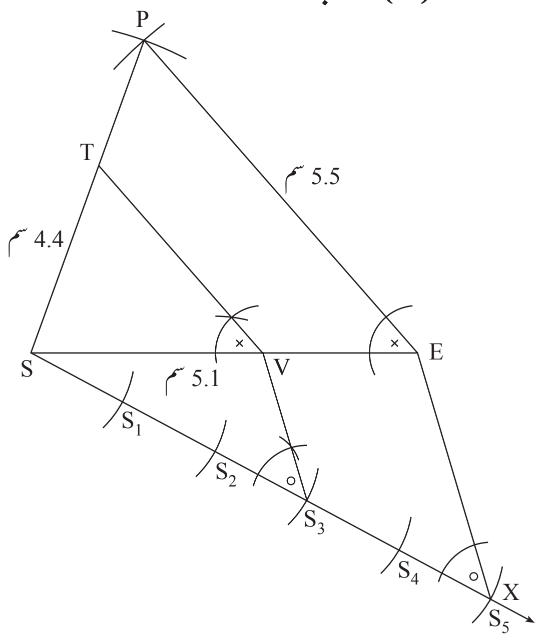
$\therefore$ (1) اور (2) کی بنا پر،

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle DBC)} = \frac{AO}{DO}$$

(iii) جواب :



(تجزیاتی شکل)



سوال 5. **(i)** حل :

$$3\tan\theta = \sec\theta$$

$$\therefore\ 3\,\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\therefore\ 3\sin\theta = \frac{1}{\cancel{\cos\theta}} \times \cancel{\cos\theta}$$

$$\therefore\ 3\sin\theta = 1$$

$$\therefore\ \sin\theta = \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\therefore\ \operatorname{cosec}\theta = \frac{3}{1}$$

اب, $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$ ... (مثلثیاتی متماثلہ مساوات)

$$\therefore\ 3^2 = 1 + \cot^2\theta$$

$$\therefore\ 9 = 1 + \cot^2\theta$$

$$\therefore\ \cot^2\theta = 9 - 1$$

$$\therefore\ \cot^2\theta = 8$$

$$\therefore\ \cot\theta = \sqrt{4 \times 2}$$

$\therefore \cot\theta = 2\sqrt{2}$

جواب : $\cot\theta$ کی قیمت $\mathbf{2\sqrt{2}}$ ہے۔

(ii) ثبوت :

(a) وتر AC = وتر BD ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ قوس ABC = قوس DAB ... (مساوی وتروں کے نظیری قوسین مساوی ہوتے ہیں)

(b) $m($قوس ABC$) = m($قوس DAB$)$ ... (1)

$m($قوس ABC$) = m($قوس BC$) + m($قوس AB$)$ ... (2)

$m($قوس DAB$) = m($قوس AD$) + m($قوس AB$)$ ... (قوسین کی جمع کا موضوعہ) ... (3)

$\therefore$ (1)، (2) اور (3) کی بنا پر،

$m($قوس BC$) + m($قوس AB$) = m($قوس AD$) + m($قوس AB$)$

طرفین سے m (قوس AB) کا اخراج کرنے پر،

$m($قوس BC$) = m($قوس AD$)$

$\therefore$ یعنی، AD = BC ... (متماثل قوسین کے نظیری وتر متماثل ہوتے ہیں)
